ИНТЕГРАЛДАУ ӘДІСТЕРІ

1. **Тікелей интегралдау**. Белгілі формулалар көмегімен интегралды бір немесе бірнеше кестелік интегралға келтіруге болатын кезде қолданамыз. Мысалдар қарастырайық.

а) $\int(x^2-\sqrt[3]{7x}+1)dx=\int x^2dx-\sqrt[3]{7}\int x^{\frac{1}{3}}dx+\int 1dx=\frac{x^3}{3}+\sqrt[3]{7}\;\frac{x^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1}+x+C=\frac{x^3}{3}+\sqrt[3]{7}\;\frac{x^{\frac{4}{3}}}{4}+x+C$

б) $\int\cos^2 xdx=\int\frac{1+\cos 2x}{2}dx=\int\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x\right)dx=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

в) $\int(3x+4)^{17}dx=\frac{1}{3}\frac{(3x+4)^{18}}{18}+C=\frac{(3x+4)^{18}}{54}+C$ (6-қасиет бойынша есептелді).

г) $\int\frac{6x-7}{3x^2-7x+5}dx=\left\|\begin{matrix}(3x^2-7x+5)'=6x-7\\ \text{болгандыктан}\end{matrix}\right\|=\ln\left|3x^2-7x+5\right|+C.$

2. **Айнымалыны алмастыру әдісі.** $I=\int f(x)dx$ интегралын қарастырайық. Айталық, $x=g(t)$ дифференциалданатын функция болсын. Сонда $dx=g'(t)dt$ және

$$\int f(x)dx=\int f[g(t)]g'(t)dt.$$

Бұл әдіс айнымалыны ұтымды алмастыруға негізделген. Айнымалыны алмастыру арқылы интеграл бірден немесе бірнеше амалдардан кейін кестелік интегралға келтіріледі. Мысалдар қарастырайық.

а) $\int xe^{x^2}dx=\left\|\begin{matrix}x^2=t\Rightarrow 2xdx=dt;\\ xdx=\frac{1}{2}dt\end{matrix}\right\|=\frac{1}{2}\int e^t dt=\frac{1}{2}e^t+C=\frac{1}{2}e^{x^2}+C$

б) $\int\frac{x^2dx}{1+x^6}=\left\|\begin{matrix}x^3=t\Rightarrow 3x^2dx=dt;\\ x^2dx=\frac{1}{3}dt\end{matrix}\right\|=\frac{1}{3}\int\frac{dt}{1+t^2}dt=\frac{1}{3}arctgt+C==\frac{1}{3}arctgx^3+C$

в) $\int\frac{dx}{x(1+\ln x)}=\left\|1+\ln x=t\Rightarrow\frac{dx}{x}=dt\right\|=\int\frac{dt}{t}=ln|t|+C=ln|1+lnx|+C$

3. **Бөліктеп интегралдау әдісі.** Бұл әдіс мынадай қатынасқа негізделген:

$$d(uv)=udv+vdu\Rightarrow udv=d(uv)-vdu$$

мұндағы $u=f(x)$ және $v=g(x)$ функциялары туындылары бар функциялар. Теңдіктің екі жағынан да интеграл алсақ,

$$\int udv=\int d(uv)-\int vdu,$$

осыдан

$$\int udv=uv-\int vdu.$$

Бұл әдісті қолданғанда u және v функцияларын $\int vdu$ интеграл $\int udv$ интегралға қарағанда оңай алынатындай етіп таңдайды. Мысалдар қарастырайық.

а) $\int xe^{x}dx = \left\| \begin{matrix} x = u \Rightarrow du = dx; \\ e^{x}dx = dv \Rightarrow v = e^{x} \end{matrix} \right\| = xe^{x} - \int e^{x}dx = xe^{x} - e^{x} + C =$

$= e^{x}(x-1) + C.$

б) $J = \int e^{x} cosxdx = \left\| \begin{matrix} \cos x = u \Rightarrow du = -\sin xdx; \\ e^{x}dx = dv \Rightarrow v = e^{x} \end{matrix} \right\| = e^{x}\cos x + \int e^{x}\sin xdx =$

$= \left\| \begin{matrix} \sin x = u \Rightarrow du = \cos xdx; \\ e^{x}dx = dv \Rightarrow v = e^{x} \end{matrix} \right\| = e^{x}\cos x + e^{x}\sin x - \int e^{x}\cos xdx = = e^{x}(\cos x + \sin x) - J\ .$

$J = e^{x}(cosx + sinx) - J \Rightarrow\ J = \frac{1}{2}\ e^{x}(cosx + sinx) + C.$

Төмендегі интегралдар тобы тек бөліктеп интегралдау әдісімен есептелінеді:

$$\int x^{n}\ln xdx\ ; \quad \int x^{n}\arcsin xdx\ ; \quad \int x^{n}\arccos xdx\ ; \quad \int x^{n} arctgxdx\ .$$